

# Metodický list pre učiteľov

## Téma: Štatistické spracovanie dát zo zálohovania jednorazových obalov

### Cieľ hodiny

*Žiak vie navrhnúť prezentáciu výsledkov deskriptívnej štatistiky z dát Správcu zálohovania.*

*Žiak si uvedomuje pozitívne environmentálne dopady procesu zálohovania.*

### Cieľová skupina

Žiaci stredných škôl

### Predmetový kontext

- Matematika
- Informatika

### Dĺžka trvania

90 – 135 minút (v závislosti od skúseností žiakov v práci v tabuľkovom kalkulátore)

### Kľúčové pojmy na hodine

Záloh, zálohovaný obal, zberné miesto, medián, aritmetický priemer, smerodajná odchýlka, rozptyl, variačný koeficient

### Priebeh hodiny

- Žiak vlastnými slovami vysvetlí základné štatistické pojmy
- Žiak používa vzorce deskriptívnej štatistiky v tabuľkovom kalkulátore
- Žiak analyzuje výsledky deskriptívnej štatistiky vo vzťahu k dátam k zálohovému systému na Slovensku
- Žiak formuluje hypotézu vo vzťahu k zálohovému systému
- Žiak navrhuje proces overenia hypotézy
- Žiak interpretuje získané dáta vo vzťahu k udržateľnosti života vplyvom zálohového systému
- žiak graficky vizualizuje zistenia zo štatistického spracovania dát

## 1. Úvod (10 minút) – Základné štatistické pojmy

- Opísanie základných štatistických pojmov: aritmetický priemer, medián, stredná hodnota, smerodajná odchýlka, rozptyl, variačný koeficient, korelácia<sup>1</sup>.
- Používanie vzorcov deskriptívnej štatistiky v tabuľkovom kalkulátore

Úloha pre žiakov:



Vytvorte 2 členné skupiny. Pozrite si zoznam pojmov: aritmetický priemer, medián, stredná hodnota, smerodajná odchýlka, rozptyl, variačný koeficient, korelácia. V online prostredí nájdite vysvetlenie jednotlivých pojmov. Prerozprávajte si v skupine, ako jednotlivým pojmom rozumiete a v prípade nejasností sa na dovysvetlenie opýtajte vyučujúceho. Je potrebné, aby každý člen skupiny spomenutým pojmom rozumel a chápal ich význam.

Úloha pre žiakov



Pokračujte v práci v skupinách. V tabuľkovom kalkulátore na pripravených dátach vypočítajte za pomoci automatizovaných vzorcov: aritmetický priemer, medián, strednú hodnotu, smerodajnú odchýlku, rozptyl, variačný koeficient a koreláciu. Svoje výpočty a uplatnené vzorce skontrolujte s druhou skupinou spolužiakov. V prípade rozporu, preverte správnosť výberu a použitia vzorca.

## 2. Hlavná časť (približne 60 minút):

- Vedieť analyzovať výsledky deskriptívnej štatistiky vo vzťahu k dátam k zálohovému systému na Slovensku
- Vedieť formulovať hypotézu vo vzťahu k zálohovému systému
- Vedieť navrhnúť proces overenia hypotézy
- Vedieť interpretovať získané dáta vo vzťahu k udržateľnosti života vplyvom zálohového systému

Úloha pre žiakov

---

<sup>1</sup> Poznámka pre učiteľa: Pri riešení pracovného listu budú žiaci pracovať s pojmom korelácia, ktorý ale nie je zahrnutý v IŠVP, preto bude značený hviezdíčkom.



Vyslovte predpoklady o uvedených vyjadreniach:

- a) Odhadnite počet kusov a hmotnosť vrátených zálohovaných obalov v Bratislave za rok 2023.
- b) Pokúste sa odhadnúť percentuálny podiel vyzbieraných PET fliaš a plechoviek v Bratislave roku 2023.

Zdôvodnite svoj predpoklad a dohodnite sa na jednom spoločnom predpoklade.

Úloha pre žiakov



V dátach, ktoré sú dostupné v súbore „3 – Vstupné dáta.xlsx“ vykonajte nasledovné úkony:

- a) Zoradte vzostupne ročné obdobia (jar, leto, jeseň, zima) podľa počtu vyzbieraných jednorazových obalov.
- b) Zoradte zostupne mesiace roku 2023 podľa počtu vyzbieraných jednorazových obalov.

Úloha pre žiakov



Na riešení tretej úlohy pracujte vo dvojiciach. Ku riešeniu týchto úloh potrebujete dáta, ktoré sa nachádzajú v súbore s názvom „3 – Vstupné dáta.xlsx“. Tento excelovský súbor obsahuje tabuľku, ktorá obsahuje dáta o vyzbieraných jednorazových obaloch v Bratislave za rok 2023. Tabuľka sa skladá z piatich stĺpcov. Stĺpec s názvom „Mesiac“ označujte príslušný mesiac roku 2023, stĺpec s názvom „Celkový súčet PET (kg)“ obsahuje hmotnosť vyzbieraných PET fliaš prostredníctvom stlačeného zberu, stĺpec s názvom „Celkový súčet CAN (kg)“ obsahuje hmotnosť vyzbieraných plechoviek prostredníctvom stlačeného zberu, stĺpec s názvom „Nestlačený zber PET (ks)“ obsahuje počet vyzbieraných kusov PET fliaš prostredníctvom nestlačeného zberu a stĺpec „Nestlačený zber CAN (ks)“ obsahuje počet vyzbieraných kusov plechoviek prostredníctvom nestlačeného zberu.

Pre správne štatistické spracovanie potrebujete, aby dáta zo súboru „3 – Vstupné dáta.xlsx“ boli zadané v rovnakých jednotkách. To zabezpečíte nasledujúcim spôsobom.

- a) Pre každý mesiac prepočítajte údaje o hmotnosti vyzbieraných obalov na kusy. Predpokladajte, že priemerná hmotnosť PET fľaše je 18 gramov a priemerná hmotnosť plechovky je 15 gramov.
- b) Vypočítané hodnoty zaznamenajte do nových stĺpcov tabuľky (počet fliaš a počet plechoviek oddelene).
- c) Následne vypočítané hodnoty čo najefektívnejšie zaokrúhlite na jednotky. Pre vyhľadanie funkcie, ktorá dokáže zaokrúhliť hodnoty použite internet.

Poznámka pre učiteľa: V prípade, že ste so žiakmi pracovali aj na pracovnom liste č. 2 s názvom „Zálohovanie v číslach – práca s tabuľkovým kalkulátorom“, môžete tretiu úlohu preskočiť, keďže je veľmi podobná s druhou úlohou zo spomínaného pracovného listu. Žiaci ale budú potrebovať riešenia spomínanej úlohy.

Pozn. pre učiteľa

Vzorové riešenie:

a) Každú hodnotu zo stĺpca „Celkový súčet PET (kg)“ je potrebné predeliť priemernou hmotnosťou jednej PET fľaše, teda 0,018 kg a každú hodnotu zo stĺpca „Celkový súčet CAN (kg)“ je potrebné predeliť priemernou hmotnosťou jednej plechovky, teda 0,015 kg.

b)

Súčet stlačených PET (ks)	Súčet stlačených CAN (ks)
17 649 111,11	8 205 266,67
15 326 666,67	7 125 533,33
16 433 666,67	7 640 200,00
19 215 222,22	8 933 333,33
20 433 777,78	9 499 866,67
20 825 222,22	9 681 866,67
27 928 222,22	12 984 133,33
26 043 333,33	12 107 800,00
23 292 944,44	10 829 133,33
18 647 777,78	8 669 533,33
16 324 944,44	7 589 600,00
14 671 000,00	6 820 666,67

c) Pri riešení tejto úlohy je efektívne využiť funkciu ROUND(), pričom počet desatinných miest je, na ktoré sa hodnoty zaokrúhľujú je nula.

Zaokrúhlený súčet stlačených PET (ks)	Zaokrúhlený súčet stlačených CAN (ks)
17 649 111	8 205 267
15 326 667	7 125 533
16 433 667	7 640 200
19 215 222	8 933 333
20 433 778	9 499 867
20 825 222	9 681 867
27 928 222	12 984 133
26 043 333	12 107 800
23 292 944	10 829 133
18 647 778	8 669 533
16 324 944	7 589 600
14 671 000	6 820 667

Úloha pre žiakov



Pracujte vo dvojiciach. Pomáhajte si, diskutujte, argumentujte a v prípade, ak neviete niečo v tabuľkovom kalkulátore urobiť môžete použiť AI, príp. sa opýtať na pomoc a podporu spolužiakov alebo vyučujúceho.

Vo dvojici zosumarizujte počty vyzbieraných PET fliaš a plechoviek v mesiacoch roku 2023. Pracujte s dátami a hodnotami, ktoré ste dostali a s tými, ktoré ste si dopočítali v predchádzajúcej úlohe.

- Spočítajte celkový počet vyzbieraných PET fliaš v každom mesiaci. Vypočítané hodnoty zaznamenajte do nového stĺpca tabuľky.
- Spočítajte celkový počet vyzbieraných plechoviek v každom mesiaci. Vypočítané hodnoty zaznamenajte do nového stĺpca tabuľky.
- Spočítajte celkový počet vyzbieraných zálohovaných obalov v každom mesiaci. Vypočítané hodnoty taktiež zaznamenajte do nového stĺpca tabuľky.
- Vytvorte dva stĺpcové grafy. Jeden z nich bude znázorňovať počet vyzbieraných PET fliaš a druhý počet vyzbieraných plechoviek v jednotlivých mesiacoch roku 2023.
- Vytvorené grafy vhodne pomenujte a spravte ich čo najprehľadnejšími, doplňte chýbajúcu legendu.
- Pokúste sa interpretovať vytvorené grafy. Čo si v nich môžete všimnúť? Každý z dvojice vyjadrite, čo viete z vytvorených grafov vyčítať.

*Pozn. pre učiteľa*

*Vzorové riešenie:*

a)

Súčet všetkých PET (ks)
17 728 637
15 395 728
16 507 716
19 301 804
20 525 851
20 919 059
28 054 064
26 160 682
23 397 900
18 731 803
16 398 503
14 737 106

b)

Súčet všetkých CAN (ks)
8 254 173
7 168 003
7 685 738
8 986 578
9 556 489
9 739 574
13 061 522
12 179 966
10 893 678
8 721 206
7 634 836
6 861 320

c)

Súčet všetkých PET a CAN (ks)
25 982 810
22 563 731
24 193 454
28 288 382
30 082 340
30 658 633
41 115 586
38 340 648
34 291 578
27 453 009
24 033 339
21 598 426

d) – f) Grafy jednotlivých dvojíc môžu byť originálne a jednotlivé dvojice sa môžu rozhodnúť vybrať iný motív grafu.

Úloha pre žiakov:



Pracujte vo dvojiciach. Z hodnôt vypočítaných v predchádzajúcich úlohách vo dvojici vypočítajte, koľko kusov PET fliaš a koľko kusov plechoviek bolo v Bratislave vrátených za celý rok 2023. Koľko jednorazových obalov bolo celkovo vrátených v Bratislave v roku 2023? Vypočítané hodnoty prehľadne zaznačte.

Pri spracovaní tejto úlohy môžete použiť funkciu SUM(). V prípade potreby môžete použiť internet pre vyhľadanie toho, ako sa daná funkcia používa.

*Pozn. pre učiteľa*

*Vzorové riešenie:*

*V Bratislave sa v roku 2023 vyzbieralo 237 858 853 kusov PET fliaš (súčet hodnôt v stĺpci „Súčet všetkých PET (ks)“) a 110 743 083 kusov plechoviek (súčet hodnôt v stĺpci „Súčet všetkých CAN (ks)“). Spolu sa v Bratislave v roku 2023 vyzbieralo 348 601 936 kusov zálohovaných obalov.*

Úloha pre žiakov



Pracujte vo dvojiciach. Prepočítajte vypočítané údaje z predchádzajúcich úloh do percent. Následne znázorníte vypočítané hodnoty do prehľadného kruhového diagramu. Odpovedzte na otázky: Koľko percent z vrátených jednorazových obalov v Bratislave v roku 2023 tvorili PET fľaše a koľko CAN plechovky? Vypočítané percentá znázorníte pomocou kruhového diagramu. Upravte názov a legendy grafu tak, aby bol dobre čitateľný.

*Pozn. pre učiteľa:*

*Vzorové riešenie:*

*Pre výpočet percent je potrebné najprv poznať základ. Základ je v tomto prípade súčet celkového počtu kusov vyzbieraných PET fliaš (237 858 853) a plechoviek (110 743 083), teda 459 345 019. PET fľaše tvoria približne 75,89 % a plechovky 24,11 % z celkového počtu vyzbieraných obalov. Kruhové diagramy sa môžu medzi dvojicami líšiť rôznymi motívmi, umiestnením legend, pomenovaním atď.*

Úloha pre žiakov:



Vo dvojiciach vypočítajte prostredníctvom tabuľkového editora aritmetický priemer a medián počtu kusov všetkých vyzbieraných zálohovaných obalov pripadajúcich na jeden mesiac. Rozhodnite, či sa aritmetický priemer a medián líšia a pokúste sa interpretovať vaše zistenie.

*Pozn. pre učiteľa*

*Vzorové riešenie:*

*Aritmetický priemer počtu kusov všetkých vyzbieraných zálohovaných obalov pripadajúcich na jeden mesiac je 29 050 161 (aritmetický priemer hodnôt nachádzajúcich sa v stĺpci „Súčet všetkých PET a CAN (ks)“). Medián počtu kusov všetkých vyzbieraných zálohovaných obalov pripadajúcich na jeden mesiac je 27 870 696. Interpretácia: Keďže sa medián a aritmetický priemer líšia, môžeme predpokladať, že sa počty vyzbieraných fliaš v jednotlivých mesiacoch roku 2023 líšia. Keďže je aritmetický priemer vyšší ako medián, môže to naznačovať, že*

*extrémne hodnoty sa nachádzajú hlavne „napravo“, teda pri vyšších počtoch vyzbieraných kusov fliaš.*

Úloha pre žiakov:



Pracujte vo dvojiciach. Vypočítajte rozptyl, smerodajnú odchýlku a variačný koeficient počtu kusov mesačne vyzbieraných zálohovaných obalov. Interpretujte vypočítaný variačný koeficient.

Pri výpočte môžete používať funkciu VAR.P() na výpočet rozptylu a STDEV.P() na výpočet smerodajnej odchýlky. V prípade, že neviete ako sa používajú funkcie VAR.P() a STDEV.P() môžete použiť internet pre dohľadanie si potrebných informácií.

*Pozn. pre učiteľa*

*Vzorové riešenie:*

*Rozptyl daných dát je približne  $3,52 \cdot 10^{13}$  (funkcia VAR.P()) použitá na stĺpec s názvom „Súčet všetkých PET a CAN (ks)“), smerodajná odchýlka je približne 5929521,73 (funkcia STDEV.P()) použitá na stĺpec s názvom „Súčet všetkých PET a CAN (ks)“ a variačný koeficient je približne 0,20 (smerodajná odchýlka vydelená aritmetickým priemerom hodnôt zo stĺpca „Súčet všetkých PET a CAN (ks)“). Získané informácie môžeme interpretovať nasledovne: Vypočítaný variačný koeficient s hodnotou približne 20 % naznačuje, že dáta nie sú extrémne homogénne, no ani veľmi rozptýlené.*

Úloha pre žiakov:



Pracujte vo dvojici. Na začiatku úlohy je potrebné, aby ste vyhľadali priemerné mesačné teploty v Bratislave z roku 2023. Pri vyhľadávaní používajte relevantné zdroje informácií. Po vypočítaní hodnoty korelácie sa pokúste vypočítanú hodnotu správne interpretovať podľa postupu uvedeného v zadaní úlohy.

Jeden z faktorov, ktoré by mohli ovplyvňovať počet vyzbieraných zálohovaných fliaš je teplota vzduchu. Kvantifikujte túto závislosť pomocou nasledujúceho postupu.

- Z relevantných zdrojov zistíte priemerné mesačné teploty v roku 2023 v Bratislave.
- Zistené teploty zapíšete do nového stĺpca tabuľky s presnosťou na 0,5 °C.
- Pre výpočet korelačného koeficientu  $r$  použijete funkciu CORREL(pole1; pole2), kde do pole1 vložíte počty kusov vyzbieraných jednorazových obalov v jednotlivých mesiacoch roku 2023 a do pole2 vložíte priemerné mesačné teploty v Bratislave v roku 2023.
- Interpretujte vypočítanú hodnotu funkcie CORREL podľa nasledujúcich pravidiel:



- $r = 1 \rightarrow$  dokonalá priama korelačná závislosť (ak rastie jedna premenná, rastie aj druhá)
- $r = -1 \rightarrow$  dokonalá nepriama korelačná závislosť (ak rastie jedna premenná, klesá druhá)
- $r = 0 \rightarrow$  neexistuje lineárna korelačná závislosť
- V praxi sú považované hodnoty medzi 0,8 a 1 (-0,8 a -1) za zvlášť vysoké a interpretujú sa ako silná vzájomná závislosť.
- Pri interpretácii výsledkov je potrebné byť opatrný, pretože korelácia nie je to isté ako kauzalita. Teda korelácia hovorí len o tom, že určité skutočnosti nastávajú naraz, no nehovorí o tom, že jedna skutočnosť je spôsobená tou druhou.

Pozn. pre učiteľa

Vzorové riešenie:

- a) Žiaci môžu využiť rôzne zdroje informácií. Medzi najspoľahlivejšie patria informácie z internetovej stránky SHMÚ. Konkrétne: <https://www.shmu.sk/sk/?page=1613>.

Mesiac	Priemerná teplota vzduchu (Bratislava - letisko)
1	4,2
2	3,7
3	7,7
4	9,5
5	15,8
6	20,4
7	23,8
8	21,9
9	19,8
10	14,3
11	6,7
12	3,2

b)

Mesiac	Priemerná teplota vzduchu (Bratislava - letisko) - zaokrúhlená na 0,5 °C
1	4
2	3,5
3	7,5
4	9,5
5	16
6	20,5
7	24
8	22
9	20
10	14,5
11	6,5
12	3

- c) Hodnota funkcie *CORREL()* po dosadení správnych hodnôt do argumentu (pole1 je stĺpec „Súčet všetkých PET a CAN (ks)“, pole2 je stĺpec „Priemerná teplota vzduchu (Bratislava – letisko) – zaokrúhlená na 0,5 °C“) je približne 0,9228.
- d) Na základe uvedených pravidiel môže byť vypočítaná hodnota interpretovaná nasledovne: Medzi počtom vyzbieraných zálohovaných obalov a priemernou mesačnou teplotou existuje silná vzájomná závislosť. Táto závislosť je priama, teda s rastúcou priemernou mesačnou teplotou rastie aj počet vyzbieraných zálohovaných obalov. Neznamená to ale, že vyššia teplota spôsobuje vyšší počet zálohovaných obalov, ale len to, že tieto javy nastávajú naraz.

### 3. Zhrnutie a záver (20 minút):

- Vedieť vybrať relevantné údaje zo štatistického spracovania podľa cieľovej skupiny
- Vedieť spracovať prezentáciu vybraných dát pre vybranú cieľovú skupinu

Reflexia

Úloha pre žiakov



Pri riešení úloh ste vypočítali veľké množstvo zaujímavých údajov. Každý člen dvojice si určí svoju cieľovú skupinu (napr. susedia v jednom vchode, dôchodcovia, obyvatelia Bratislavy, žiaci, milovníci prírody, atď.), pre ktorú vyberie zaujímavé údaje a zrozumiteľne a prehľadne ich graficky spracuje pomocou softvéru, ktorý uzná za najvhodnejší (Excel, PowerPoint, Word, Canva, atď.).

Úloha pre žiakov:



Pripravte prezentáciu svojich zistení v škole, miestnom obchode, príp. na inom mieste, kde sa o výsledkoch Vášho skúmania môže dozvedieť cieľová skupina. Pripravte diskusiu s cieľovou skupinou a odpovedajte na otázky.

Zhodnotenie

Každý sám sa seba pripraví argument postavený na dátach pre vybranú cieľovú skupinu.